

基于放大因子与 Spalart-Allmaras 湍流模型的转捩预测

史亚云¹, 白俊强¹, 华 俊², 杨体浩¹

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072;

2. 中国航空工业集团公司 中国航空研究院, 北京 100012)

摘 要: 为了验证放大因子输运方程与 Spalart-Allmaras(S-A)湍流模型耦合对转捩现象的模拟精度,选取 Schubauer and Klebanoff(S-K)平板、S809 低速翼型、30p30n 多段翼型以及复杂的三维 HiLiftPW-1 构型进行自由转捩计算,并将计算结果与实验进行比较分析,其中针对 S809 算例,还与 Langtry-Menter(L-M)转捩模型进行了比较.算例结果表明:放大因子输运方程与 S-A 湍流模型的耦合能够较好的捕捉转捩位置以及转捩发展过程,对分离泡诱导的转捩的模拟相比 L-M 转捩模型更精确,转捩位置的捕捉精度提升了 10%;对比实验,多段翼转捩位置的捕捉误差最大为 6.5%;针对三维高升力增升构型,以实验作为参考,全湍流计算与考虑边界层转捩的对比显示考虑边界层转捩能够更加精确的模拟气动力系数,升力和表面摩擦阻力系数的模拟精度提升 1%.

关 键 词: 转捩; 放大因子; 输运方程; 湍流模型; 边界层; 并行计算

中图分类号: V211

文献标志码: A

Transition prediction based on amplification factor and Spalart-Allmaras turbulence model

SHI Ya-yun¹, BAI Jun-qiang¹, HUA Jun², YANG Ti-hao¹

(1. School of Aeronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Chinese Aeronautical Establishment,

Aviation Industry Corporation of China, Beijing 100012, China)

Abstract: To verify the simulation accuracy of current model coupling amplification factor transport equation with Spalart-Allmaras (S-A) turbulence model, Schubauer and Klebanoff flat plate (S-K), S809 low speed airfoil, 30p30n multi-element airfoil and complicated 3-D HiLiftPW-1 configure were selected for free transition calculation, and then, simulation results were compared with experimental results. Separately, current coupling model was compared with Langtry-Menter (L-M) transition model for S809 test cases. Test examples indicate that current coupling transition model can basically capture transition location and transition process, meanwhile, current coupling model performs better than L-M transition model in separated flow transition, and simulation accuracy increases by 10%; the maximum error of multi-element airfoil's transition position simulated is 6.5% compared with experiment data. For three dimensional high-lift configuration, comparison between full turbulence and free transition shows that considering boundary layer transition can simulate aerodynamic force coefficient more accurately and accuracy is promoted by 1%.

收稿日期:2015-01-04

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2014CB744804)

作者简介:史亚云(1990-),女,陕西延安人,博士生,主要从事转捩方面研究.

Key words: transition; amplification factor; transport equation; turbulence model; boundary layer; parallelized computation

在民用运输机中摩擦阻力占了 50%^[1],而边界层内层流的摩擦阻力相比湍流的小很多^[2]. 鉴于层流潜在的减阻能力,许多新型商用运输机开始采用层流设计理念,比如 MIT D8.5^[3],波音公司的 SUGAR High/Volt^[4] 以及 DLR La-mAIR^[5]. 因而对转捩位置以及转捩过程的准确模拟显得尤为重要.

当前适用于工程应用的转捩模拟方法主要有两种:一是 L-M(Langtry-Menter)提出的适用于现在 CFD 并行计算的 $\gamma\text{-}\widetilde{Re_{\theta t}}$ 转捩模型^[6],Grabe 等^[7]对该模型进行了拓展,使得其能够模拟横流引起的转捩;二是基于线性稳定性理论发展的 e^N 方法,此方法主要是由 Smith,Ingen 等^[8-9]提出并发展的,国内的 ZHANG 等^[10]详细研究了此方法,并提出了改进. e^N 方法的缺点是不适用于当代的 CFD 并行计算,同时不具备模拟分离流动的能力. 借鉴 $\gamma\text{-}\widetilde{Re_{\theta t}}$ 转捩模型构造输运方程的经典思路,Coder 等^[11]提出了放大因子 $\bar{n}$ 的输运方程,算例表明该模型在分离流诱导的转捩中,对升阻力系数的模拟更优于 $\gamma\text{-}\widetilde{Re_{\theta t}}$ 转捩模型,同时该输运方程能够反映物理机理,即扰动放大过程的模拟.

Coder 提出的放大因子 $\bar{n}$ 的输运方程适用于当代 CFD 并行计算,同时也解决了分离流模型. 但是 Coder 的模型是基于 SST (shear stress transport) 湍流模型发展的,并没有拓展到其他湍流模型方程. 由于 S-A (Spalart-Allmaras) 湍流模型也被广泛的应用在航空领域的计算中,同时 S-A 湍流模型计算耗费时间更少并且更容易实现 Hybrid RANS/LES (Reynolds averaged Navier-Stokes/large eddy simulation),因此本文提出了 S-A 湍流模型与放大因子输运方程的结合 (S-A- $\bar{n}$ 转捩模型),为转捩提供了更多的湍流模型选择. 在某些构型的数值模拟中,S-A 湍流模型更加适合,因而与放大因子输运方程的结合为这些构型提供了转捩模拟的能力. S-A 湍流模型与放大因子输运方程的结合需要保证:一是适用于当代 CFD 并行计算;二是能够较好地模拟二维以及三维构型的转捩现象. 本文在团队已开发的 RANS 程序上,实现放大因子输运方程与 S-A 湍流模型的结合,针对 S-K (Schubauer and Klebanoff) 平

板,S809 低速翼型,30p30n 多段翼型以及 HiLift-PW-1 构型进行了算例验证,同时,鉴于 L-M 转捩模型在工程中的广泛使用,本文将新的耦合模型与 L-M 转捩模型做了对比分析.

1 数值模拟方法

本文的工作基础是团队自主开发的基于结构网格的 RANS 方程.

1.1 $\bar{n}$ 放大因子输运方程

$\bar{n}$ 放大因子输运方程可以被写成如下的量纲归一化形式:

$$\frac{\partial(\bar{n})}{\partial t} + u_j \frac{\partial(\bar{n})}{\partial x_j} = P_{\bar{n}} + \frac{Ma_{\infty}}{Re} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{1}{\sigma_n} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{n}}{\partial x_j} \right] \quad (1)$$

式中 u_j 为速度, Ma_{∞} 为来流马赫数, t 为时间, σ_n 为常数, μ 为动力黏度, μ_t 为涡黏度.

其中源项 $P_{\bar{n}}$ 表示为

$$P_{\bar{n}} = SF_{\text{crit}} F_{\text{growth}} \frac{d\bar{n}}{dRe_{\theta 2}} \quad (2)$$

式中 S 为剪切涡量, $Re_{\theta 2}$ 为动量厚度雷诺数, F_{crit} 参数用来指示边界层内是否存在不稳定模态,可以表示为

$$F_{\text{crit}} = \begin{cases} 0 & Re_y < Re_{y,0} \\ 1 & Re_y > Re_{y,0} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $Re_y = \rho U d / \mu$, $Re_{y,0}$ 参见文献[12]. 源项的关键项是 F_{growth} , 根据 Drela 以及 Coder 的研究,可以表示成

$$F_{\text{growth}} = D(H_{12}) \frac{[1 + m(H_{12})]l(H_{12})}{2} \quad (4)$$

式中 D, m, l 为系数. 其中有

$$D(H_{12}) = \frac{0.0616 H_{12}^2 + 0.2339 H_{12} + 3.4298}{0.0047 H_{12}^3 - 0.1056 H_{12}^2 + 0.935 H_{12} - 1.2071} \quad (5)$$

$$m(H_{12}) = \left[0.058 \frac{(H_{12} - 4)^2}{H_{12} - 1} - 0.068 \right] \frac{1}{l(H_{12})} \quad (6)$$

$$l(H_{12}) = \frac{6.54 H_{12} - 14.07}{H_{12}^2} \quad (7)$$

最后未知的就是形状因子 H_{12} , 定义一个当地的参数 H_c , 表示为

$$H_c = \frac{Sd}{U_e} \quad (8)$$

式中 d 为距离, U_e 为外边界速度.

通过 Falkner-Skan 速度拟合 H_{12} , 结果为

$$H_{12} = 13.9766 H_c^4 - 22.9166 H_c^3 + 13.7227 H_c^2 - 1.0023 H_c + 1.6778 \quad (9)$$

到此 $\bar{n}$ 放大因子输运方程构造完成.

1.2 γ 间歇因子输运方程

间歇因子输运方程与 L-M 方程形式一致, 其量纲归一化形式表示为

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + u_i \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{Ma_\infty}{Re} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{1}{\sigma_\gamma} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} \right] \quad (10)$$

其中源项和破坏项为

$$P_\gamma = c_{a1} S(\gamma F_{\text{onset}})^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (11)$$

$$E_\gamma = c_{a2} \Omega \gamma F_{\text{turb}} (c_{e2} \gamma - 1) \quad (12)$$

相比 L-M 的间歇输运方程, 有两处修改, 分别为

$$F_{\text{onset},1} = \frac{\bar{n}}{\bar{n}_{\text{crit}}} \quad (13)$$

$$F_{\text{turb}} = e^{(-R_t/4)^4} \cdot$$

$$\left\{ 1 - \tanh \left[\left(16 \frac{\mu/\rho}{\kappa^2 d^2 S} \right)^3 \left(\frac{Ma_\infty}{Re} \right)^3 \right] \right\} \quad (14)$$

其中放大因子 $\bar{n}$ 的阈值 $\bar{n}_{\text{crit}}$ 使用 Mack^[13] 的方法计算. 其他的参数详见 Langtry^[14]. 针对层流分离流动, γ 做了如下修改:

$$\gamma_{\text{eff}} = \max\{\gamma, \exp[2(\bar{n} - \bar{n}_{\text{crit}})]\} \quad (15)$$

1.3 与 S-A 湍流模型的耦合

放大因子 $\bar{n}$ 转捩模型与 S-A 湍流模型耦合 (下文简称 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型) 如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_j} = & + \gamma_{\text{eff}} P_{\bar{v}, \text{orig}} - \\ & \frac{Ma_\infty}{Re} \min[\max(\gamma_{\text{eff}}, 0.5), 1.0] D_{\bar{v}, \text{orig}} + \\ & \frac{Ma_\infty}{Re} \frac{1}{\sigma} [\nabla \cdot (\nu + \bar{v}) \nabla \bar{v} + c_{b2} (\nabla \bar{v})^2] \end{aligned} \quad (16)$$

其中 ν 为运动黏度; $P_{\bar{v}, \text{orig}}$, $D_{\bar{v}, \text{orig}}$ 指初始的生成项和破坏项. 其他参数说明见文献[11].

2 算例验证与结果分析

选取 S-K 平板, S809 低速翼型, 30p30n 多段翼翼型以及第 1 届高升力阻力预测会议中的 Hi-LiftPW-1 构型为模拟对象, 验证 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型对转捩位置以及转捩过程的模拟精度. 同时, 针对 S809 低速翼型, 分析对比了 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型与

L-M 转捩模型的计算结果.

2.1 S-K 平板

S-K 平板网格以及边界条件设置如图 1, 网格数为 281×193 . 入口速度为 50.1 m/s , 来流湍流度为 0.003 , 根据 Mack 的公式, 放大因子阈值 $\bar{n}_{\text{crit}}$ 为 5.7 .

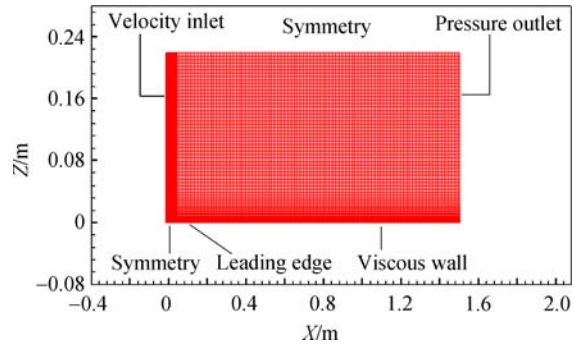


图 1 S-K 平板网格及边界条件示意图

Fig. 1 Grid and boundary condition of S-K flat plate

使用 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型计算结果和实验对比如图 2. S-A- $\bar{n}$ 转捩模型对 S-K 平板转捩位置以及转捩过程的模拟结果与实验吻合. 从细节上看, S-A- $\bar{n}$ 转捩模型的计算结果相比实验转捩稍微靠前, 转捩后表面摩擦阻力系数较实验的小, 但都在工程误差范围内.

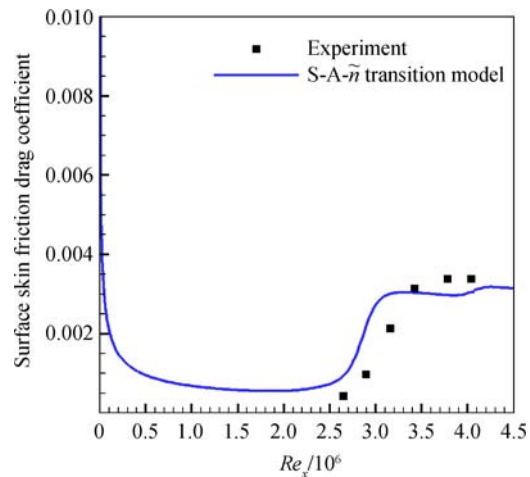


图 2 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型对 S-K 平板表面摩擦阻力系数与实验对比

Fig. 2 Surface skin friction drag coefficient comparison between S-A- $\bar{n}$ transition model and experiment for S-K flat plate

2.2 S809 低速翼型

S809 低速翼型实验在 Delft 大学的低速风洞^[15]进行的, 实验雷诺数为 2×10^6 , 马赫数为

0.1, 放大因子阈值 $\bar{n}_{crit}$ 为 9. 本文分别使用 L-M 的 $\gamma\text{-}\widetilde{Re}_{\theta_i}$ 转捩模型以及 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型对 S809 低速翼型进行数值模拟. 计算采用的网格见图 3, 网格量 10 万.

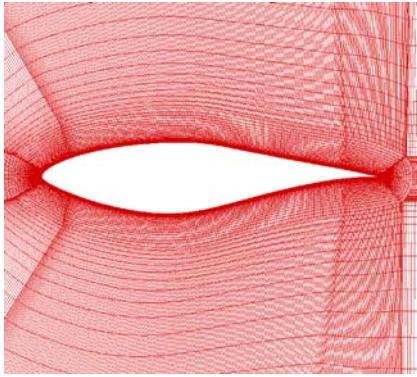


图 3 S809 低速翼型的计算网格

Fig. 3 Computation grid of S809 low speed airfoil

图 4 显示的分别是实验结果、SST 湍流模型的全湍流计算(图注为 Baseline SST)、基于 SST 湍流模型的 L-M 转捩模型(图注为 L-M)、S-A 湍流模型的全湍流计算(图注为 Baseline S-A)以及本文的 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型(图注为 S-A- $\bar{n}$)的数值模拟结果. 相对应的, 图 5 描述的是表面摩擦阻力值, 图 6 是转捩位置的对比. 从升力系数和表面摩擦阻力系数对比可以看到, 具备判断转捩的模型在线性段与实验吻合很好, 而全湍流模型在升阻力系数上模拟有较大误差. 但在失速区域, 数值计算结果都与实验相差较大, 仔细对比, 发现本文的 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型在失速区域较 L-M 转捩模型以及全湍流模型更接近实验值.

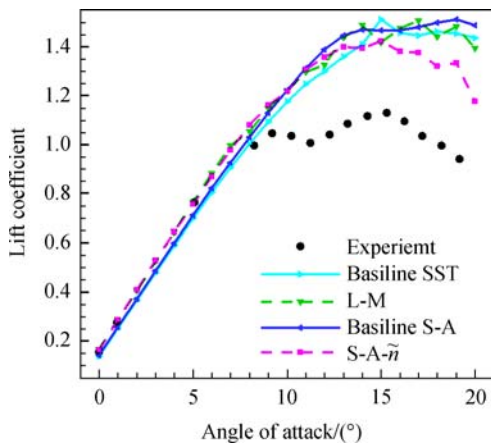


图 4 不同模型升力系数与实验对比

Fig. 4 Lift coefficient comparison between experiment and different numerical simulation model

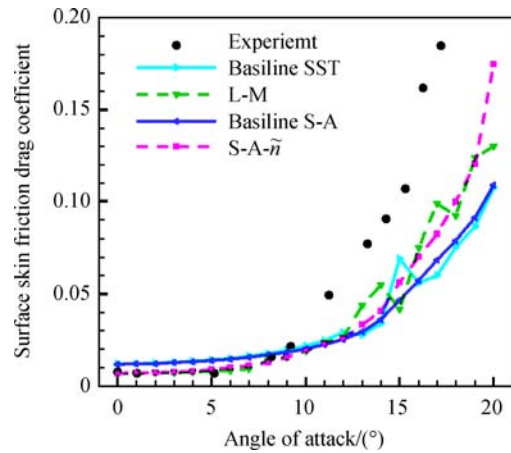


图 5 不同模型表面摩擦阻力系数与实验的对比

Fig. 5 Surface skin friction drag coefficient comparison between experiment and different numerical simulation model

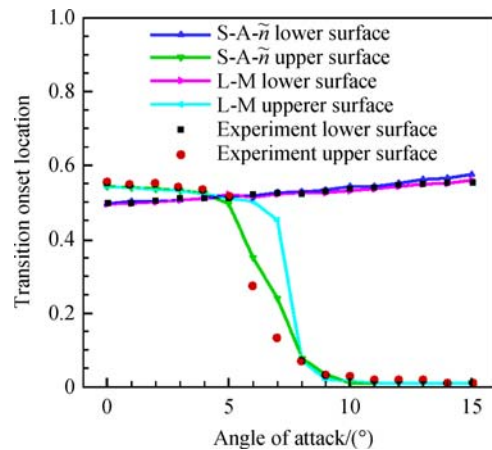


图 6 转捩位置预测结果与实验对比图

Fig. 6 Comparison between prediction results and experiment for transition location

从图 6 可以看到, 两种转捩模型都能够较好的模拟转捩位置, 翼型上翼面的转捩位置在 $5^{\circ} \sim 8^{\circ}$ 之间变化比较剧烈, 两种转捩模型对转捩位置的判断都有较大误差, 但 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型的误差小于 L-M 转捩模型.

图 7 显示了间歇因子和流线的分布图, 可以看到发生了分离泡转捩, 原始 e^N 方法没有预测分离流泡的能力, 而放大因子输运方程能够准确的模拟分离流动导致的转捩现象. 图 8 是与之相对应的 $\bar{n}$ 分布图.

2.3 30p30n 多段翼型

由于 30p30n 翼型的压力梯度以及湍流度变化剧烈^[16-17], 加上多个升力面, 因此对转捩模型的预测具有较高的挑战. 本文的 S-A- $\bar{n}$ 转捩模型考

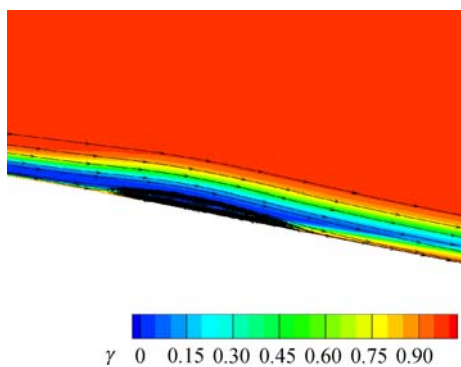


图7 0°攻角间歇因子以及流线分布图

Fig. 7 Intermittency factor distribution and streamlines for 0° angle of attack

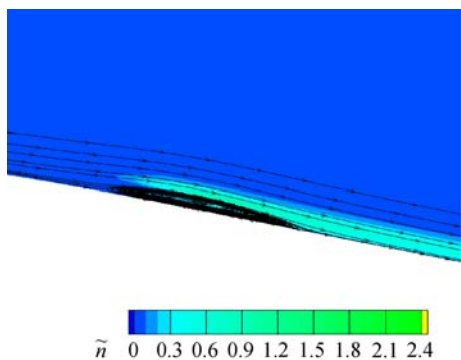


图8 0°攻角放大因子分布图

Fig. 8 Amplification factor distribution for 0° angle of attack

虑了压力梯度的变化,但没有湍流的变化.来流湍流度在该模型中仅是决定了放大因子阈值 $\tilde{n}_{crit}$,但Suluksna等^[18]已经验证了在使用压力梯度后,当地的湍流度对转捩的判断是多余的.本文中30p30n的算例刚好能够验证Suluksna这一结论在S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型中的适用性.选取计算状态:马赫数为0.2,攻角为8°,雷诺数为 9×10^6 ,放大因子阈值 $\tilde{n}_{crit}$ 为9.30p30n网格的示意及局部放大图如图9、图10所示,网格量为50万.

从图11中可以看到,S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型能够较为准确的捕捉转捩位置,其中预测的最差的是主

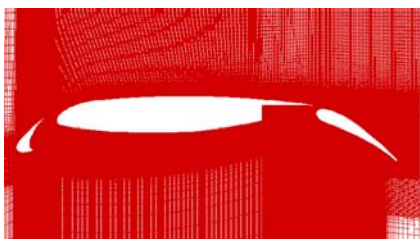


图9 30p30n网格示意图

Fig. 9 Computation grid for 30p30n

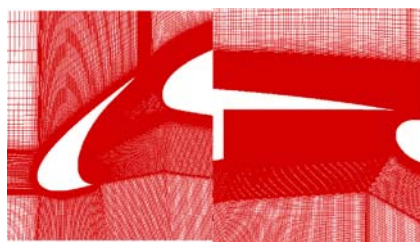
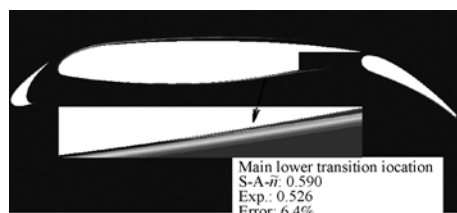
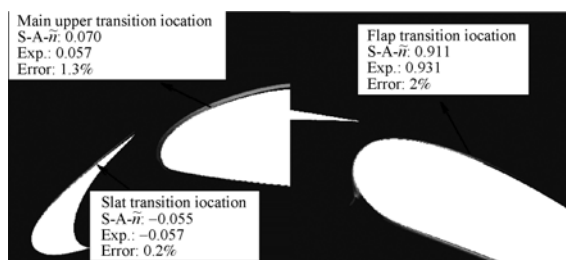


图10 30p30n网格局部放大图

Fig. 10 Part amplification picture for 30p30n grid



(a) 主翼下翼面



(b) 主翼上翼面、缝翼及襟翼

图11 间歇因子分布及转捩位置对比图

Fig. 11 Intermittency factor distribution and comparison for transition location

翼下翼面,误差达到6.4%.因此,不考虑湍流度影响的S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型也能够较好预测转捩.

图12显示了30p30n实验与数值模拟表面摩擦阻力系数的转捩对比图.缝翼和主翼上的表面摩擦阻力系数与实验较为符合,但襟翼上转捩后表面摩擦阻力系数与实验的偏差较大,这主要是转捩位置判断的误差引起的.数值模拟的转捩位置较实验靠前,因而影响到边界层形态,从而导致摩擦阻力的分布差异.在Langtry^[14]的博士论文中,襟翼的表面摩擦阻力系数也存在这样的误差.

2.4 HiLiftPW-1 构型

为了验证本文提出的S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型对复杂构型的转捩预测能力,选取HiLiftPW-1构型作为研究对象进行数值模拟分析. HiLiftPW-1构型是第1届AIAA预测研讨会发布的模型.本文验证的是构型是增生装置打开的构型,其中缝翼偏转30°,襟翼偏转25°,计算状态为:马赫数为0.2,

攻角为 13° . 计算网格如图 13, 网格数是 4810 万.

从图 14 可以看到 HiLiftPW-1 构型主翼和缝翼上没有层流区域, 而襟翼上有层流区域.

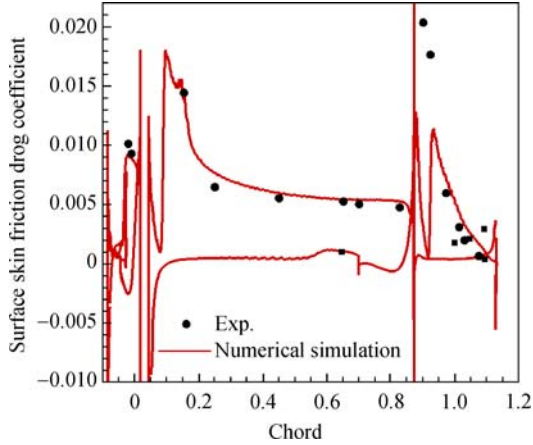


图 12 30p30n 实验与数值模拟的表面摩擦阻力系数对比
Fig. 12 Surface skin friction drag coefficient comparison between experiment and numerical simulation for 30p30n

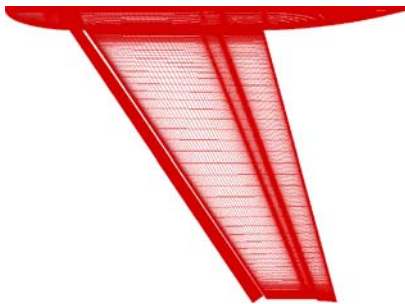


图 13 HiLiftPW-1 构型的表面网格
Fig. 13 Surface mesh for HiLiftPW-1 configuration

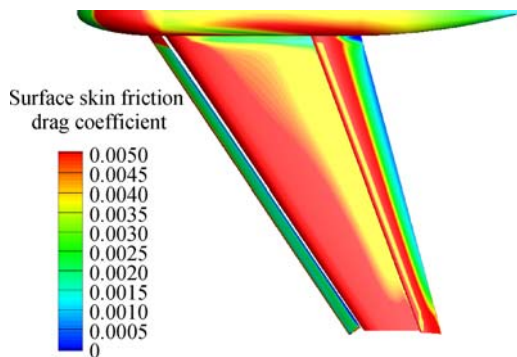


图 14 HiLiftPW-1 构型的表面摩擦阻力系数
Fig. 14 Surface skin friction drag coefficient for HiLiftPW-1 configuration

图 15~图 17 是根据实验的测量的不同展长的压力分布对比图(图注 Exp. 代表实验值, Tur.

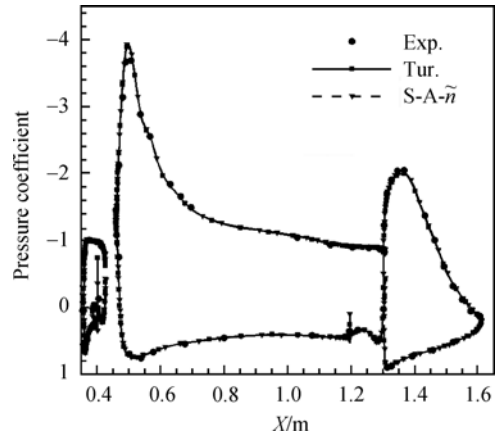


图 15 HiLiftPW-1 构型 28% 展长处压力系数对比
Fig. 15 Pressure coefficient comparison at 28% for HiLiftPW-1 configuration

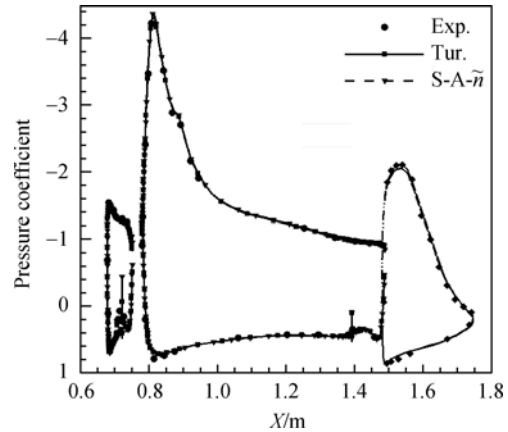


图 16 HiLiftPW-1 构型 50% 展长处压力系数对比
Fig. 16 Pressure coefficient comparison at 50% span for HiLiftPW-1 configuration

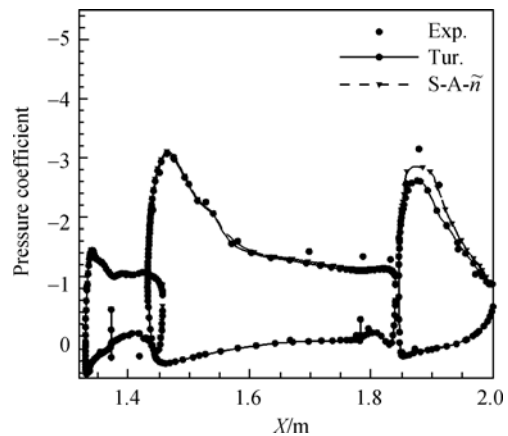


图 17 HiLiftPW-1 构型 95% 展长位处压力系数对比
Fig. 17 Pressure coefficient comparison at 95% span for HiLiftPW-1 configuration

代表全湍流模型, S-A- $\tilde{n}$ 代表 S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型). 可以看到 S-A- $\tilde{n}$ 转捩模型在缝翼和主翼上的压力

系数分布和全湍流计算的结果基本相同,但在襟翼上,具备转捩预测能力的模型相比全湍流的数值模拟更加贴近实验值,同时,越靠近外翼段越明显.图15~图17的结果与图14的表面摩擦阻力系数分布是符合的.

表1给出实验、全湍流以及S-A- $\bar{n}$ 转捩模型力系数的对比,可以看到具有转捩预测能力的更加接近实验值,但是由于层流区域小,所以力系数差别较小.国内WANG等^[19]对比了SST模型和L-M转捩模型的模拟结果,与本文的计算结果是一致的.

表1 HiLiftPW-1构型力系数对比

Table 1 Force coefficient comparison for HiLift PW-1 configure

实验与模型	升力系数	表面摩擦阻力系数	力矩系数
实验	2.0468	0.333	-0.5032
全湍流模型	2.0170	0.325	-0.4782
S-A- $\bar{n}$ 转捩模型	2.0361	0.329	-0.4874

3 结论与展望

3.1 结论

本文的主要研究结论有:

1) S-A湍流模型与 $\bar{n}$ 放大因子输运方程的耦合具备转捩预测能力,对二维平板、低速翼型、多段翼型以及复杂的三维构型能够较好的捕捉转捩位置与转捩发展过程.同时,具备预测分离泡的能力.虽然转捩位置以及表面摩擦阻力系数分布相比实验有偏差,但都在工程允许范围内.

2) $\bar{n}$ 放大因子输运方程与L-M的 $\gamma\widetilde{Re_{\theta t}}$ 转捩模型都能较好的捕捉转捩现象,在分离流动模拟中, $\bar{n}$ 放大因子输运方程与S-A方程的耦合显得更有优势.

3) 相比全湍流的计算,不论是L-M的 $\gamma\widetilde{Re_{\theta t}}$ 还是 $\bar{n}$ 放大因子输运方程,因为考虑了边界层转捩的影响,都能更加精确的预测气动力系数.同时, $\bar{n}$ 放大因子输运方程表现的更优.所以在设计中考虑转捩的影响是十分重要的.

4) 从基本的简单二维流动到复杂的三维带增生装置的数值模拟,S-A湍流模型与 $\bar{n}$ 放大因子输运方程的耦合表现出较高的模拟精度与较好的鲁棒性,可以用在带有转捩预测的工程实验中.

3.2 展望

基于本文的研究,还需要进行一下工作的研究与分析:

1) 本文的S-A湍流模型与 $\bar{n}$ 放大因子输运方程的耦合只得到了低速的验证,跨声速的表现需要进一步研究.

2) $\bar{n}$ 放大因子输运方程是基于二维的 e^N 方法提出的,因而对横流的预测能力没有体现,笔者需要进一步探索 $\bar{n}$ 放大因子输运方程在横流预测方面的拓展.

参考文献:

- [1] Joslin R. Aircraft laminar flow control[J]. Annual Review of Fluid Mechanics, 1998, 30(1): 1-29.
- [2] Green J E. Laminar flow control-back to the future[R]. AIAA-2008-3738, 2008.
- [3] Greitzer E M, Bonnefoy P A, Blanco D R, et al. N+3 aircraft concept designs and trade studies[R]. NASA CR-2010-216794, 2010.
- [4] Bradley M K, Droney C K. Subsonic ultra green aircraft research[R]. NASA CR-2011-216847, 2011.
- [5] Kruse M, Wunderlich T, Heinrich L. A conceptual study of a transonic NLF transport aircraft with forward swept wings[R]. New Orleans, Louisiana; 30th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2012.
- [6] Langtry R B, Menter F. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2894-2906.
- [7] Grabe C, Krumbein A. Extension of $\gamma-Re_{\theta t}$ model for prediction of crossflow transition[R]. National Harbor, MD; 52th Aerospace Sciences Meeting, 2014.
- [8] Smith A M O, Gamberoni N. Transition, pressure gradient and stability theory[R]. Segundo, California; ES 26388, 1956.
- [9] Ingen J V. A suggested semi-empirical method for the calculation of the boundary layer transition region[R]. Netherlands; Delft University of Technology Internal Report UTH-74, 1956.
- [10] ZHANG Kun, SONG Weiping. Application of the full e^N transition method to the infinite swept-wing's transition prediction[J]. Journal of North West Polytechnical University, 2011, 29(1): 142-147.
- [11] Coder J G, Maughmer M D. A CFD-compatible transition model using an amplification factor transport equation [R]. Grapevine, Texas; 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2013.
- [12] Drela M, Giles M B. Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils. [J]. AIAA Journal, 1987, 25(10): 1347-1355.
- [13] Mack L M. Transition and laminar instability[R]. Pasadena,

- CA;California Institute of Technology,CR-153203,1977.
- [14] Langtry R B. A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes [D]. Mount Pleasant,MI:Universität Stuttgart,2006.
- [15] Somers D M. Design and experimental results for the S809 airfoil[R]. NREL/SR-440-6918,1997.
- [16] Klausmeyer S M,Lin J C. Comparative results from a CFD challenge over a 2D three-element high-lift airfoil [R]. Hampton, Virginia; NASA Technical Memorandum 112858, 1997.
- [17] Rumsey C L, Gatski T B, Ying S X, et al. Prediction of high-lift flows using turbulent closure models[J]. AIAA Journal,1998,36(5):765-774.
- [18] Suluksna K,Dechaumphai P,Juntasaro E. Correlations for modeling transitional boundary layers under influences of free stream turbulence and prssure gradient[J]. International Journal of Heat and Fluid Flow,2009,30(1):66-75.
- [19] WANG Gang,LIU Yi,WANG Guangqiu,et al. Transitional flow simulation based on $\gamma-Re_{\theta t}$ transition model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2014,35(1):70-79.

(编辑:叶 青)